

実験計画法における非直交反復実験の解析（第2報）

ダイキン工業(株) 平野 智也 *

一般財団法人日本科学技術連盟 DE・O部会 和田 武夫

ユニチカ(株) 松本 哲夫

1. 緒言

要因配置実験においては、単なる繰り返し実験より反復実験が有効で、(a)新たな最適条件を発見できる可能性がある、(b)結果的に水準が増え、幅広く実験できる、(c)特別な費用はかからない、(d)交互作用が無視できるなら実測値のない条件での推定ができる、(e)誤差や反復間変動も検出できる、(f)適用の場に応じた実験者の工夫が盛り込める、といったメリットに着目し、第2反復では、好ましい、あるいは、重要な水準組み合わせへ実験配置をシフトする非直交計画を前報で提案した。

さて、交互作用を検出するためには、必ずしもすべての水準組み合わせで複数回実験する必要はなく、最適条件や重要な組み合わせ条件を中心に必要数繰り返すほうが、効率的な実験になる。

この非直交計画の実用性を検討するため、前報では、ある1方向へシフトする計画を例に取り、通常の反復実験と非直交計画の反復実験の解析結果を比較した。その結果、非直交計画では、通常の反復実験に比べて誤差分散の自由度が小さくなることなどから、誤差分散の見積もりや各因子や反復間変動の検出力に影響があった。また、交互作用効果が存在する場合、主として誤差の自由度に影響を与えるが、交互作用効果が無視できる場

合は、誤差分散の自由度に求められる $\phi_e=5\sim6$ 程度以上を確保することができ、検出力や推定精度も実務上問題なさそうで、非直交反復実験には実務的に見るべきものがあると報告した。

ただし、これらの検討は、1方向に対する限られたデータセットでの結果に過ぎず、本報では、データセット数を増して汎用性の確認をおこなうとともに、他のシフト方向についての検討も併せておこなった。シミュレーションは、R言語を用いて正規乱数を発生させておこない、 H_0 が正しいときの観測された有意水準の確認と、 H_1 が正しいときの検出力について比較検討した。

2. 実験のシフト方向

実験条件のシフト方向は図1に示すとおり、一般性を失うことなく、①右下(左上)、②左下(右上)、③真下(真上)、④右(左)にシフトする場合の4つに集約されるが、①右下(左上)と②左下(右上)、③真下(真上)と④右(左)は、それぞれ、同じパターンとなることは明らかで、本報では、右下へシフトする実験(シフトⅠ)と真下へシフトする実験(シフトⅡ)について検討をおこなった。

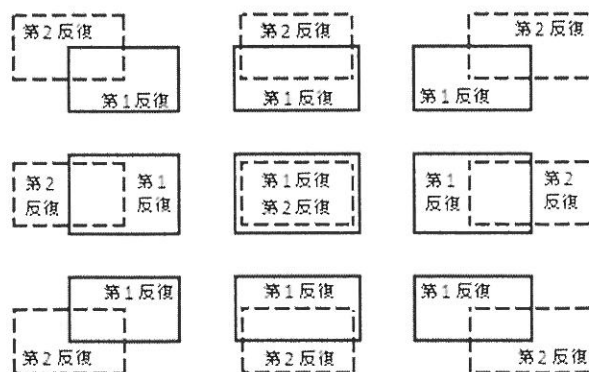


図1 実験条件のシフト方向

Analysis of replicated data in non-orthogonal design of Experiments (2nd report)

*TOMOYA Hirano (Daikin Industries, Ltd)

TAKEO Wada (JUSE DE・O Meeting)

TETSUO Matsumoto (Unitika, Ltd)

3. 解析方法

反復(R)は2回とし、第1反復では母数因子A、Bともに各3水準とし、 A_2B_2 に最適値があると想定して実験する。そして、第1反復の結果が A_3B_3 方向、あるいは、 A_3B_2 方向にそれぞれ最適値がありそうであることを示唆した場合、それぞれ、シフト I、シフト II の配置を取って第2反復の実験をおこなう。通常の反復実験に対するシフト I、II の非直交反復実験の配置を図2に示す。

	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	○	○	○	
A ₂	○	○●	○●	●
A ₃	○	○●	○●	●
A ₄		●	●	●

シフト I

	B ₁	B ₂	B ₃
A ₁	○	○	○
A ₂	○●	○●	○●
A ₃	○●	○●	○●
A ₄	●	●	●

シフト II

図2 非直交計画実験

データの構造(制約条件は省略)は、下式である。

$$y_{ijk} = \mu + r_k + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + e_{ijk}$$

母平均は $\mu = 75$ 、母分散は $\sigma^2 = 5^2$ と設定し、母数因子 $\alpha_i, \beta_j, (\alpha\beta)_{ij}$ の効果は、 σ を単位として $\pm k\sigma$ として設定した。なお、解析における有意水準は、すべて $\alpha = 0.05$ とした。

3.1 H_0 が正しいときの観測された有意水準

H_0 が正しいときは、 $k=0$ に相当し、R言語を用いて正規乱数を発生させ、各要因効果が有意となった回数をカウントし、設定した有意水準 $\alpha = 0.05$ と比較した。試行回数は10,000回とした。

3.2 H_1 が正しいときの検出力

要因効果がある各因子の組み合わせのうち、一例として、主効果AとBに効果があり、交互作用A×Bと反復Rには効果がない場合を想定し、解析をおこなった。

要因効果の大きさは係数 k を変化させておこない、それぞれ、R言語を用いて正規乱数を発生させ、各要因効果が有意となる回数をカウントして検出力に換算した。今回は概要を知るという目的から、試行回数は1,000回とした。

4 解析結果及び考察

4.1 H_0 が正しいときの観測された有意水準

R言語を用いて正規乱数を発生させた試行回数は10,000回であるが、検定は、因子R,A,B,A×Bの4因子あるので、検定回数としては40,000回の結果である。実際に観測された有意水準は表1のとおりで、観測された有意水準は、シフト(I/II)間や(直交/非直交)計画間で大差なく、また、ほぼ0.05で、特別の問題はないようである。

表1 観測された有意水準

	通常の反復実験	非直交反復実験
シフト I	0.04979	0.04897
シフト II	0.05085	0.05240

4.2 H_1 が正しいときの検出力

1) シフト I による非直交反復実験

主効果AとBに効果があり、A×Bと反復Rには効果がない場合の要因効果の設定を表2に示す。

要因効果の大きさは、 σ を単位として、係数 k を0, 0.25, 0.5, 1.0, 2.0と変化させ、通常の反復実験と非直交反復実験での検出力曲線を作成した。主効果Aについての結果を図3に示す。

表2 シフト I の要因効果

単位: σ	通常の反復実験	非直交反復実験	
	R1, R2	R1	R2
A1	$-k$	$-k$	
A2	0	0	0
A3	$+k$	$+k$	$+k$
A4			$-k$
B1	$-k$	$-k$	
B2	0	0	0
B3	$+k$	$+k$	$+k$
B4			$-k$

図3に示すとおり、ANOVA-1(プーリング前)では、通常の反復実験と比較すると、誤差の自由度が $\phi_e = 3$ と小さくなり、また、表2の要因効果の与え方によると、実験総数が同じ場合、Aの自由度が $\phi_A = 3$ と増えた分、非直交反復実験のほうの検出力が低くなる。ただし、要因効果が σ の2倍になると検出力は80%を超え、通常の反復実験の検出力に近づくことがわかる。

一方、ANOVA-2(プーリング後)では、誤差の自由度は $\phi_e=5\sim6$ 程度以上が確保されているため、非直交反復実験においても、通常の反復実験の検出力と大差ない。

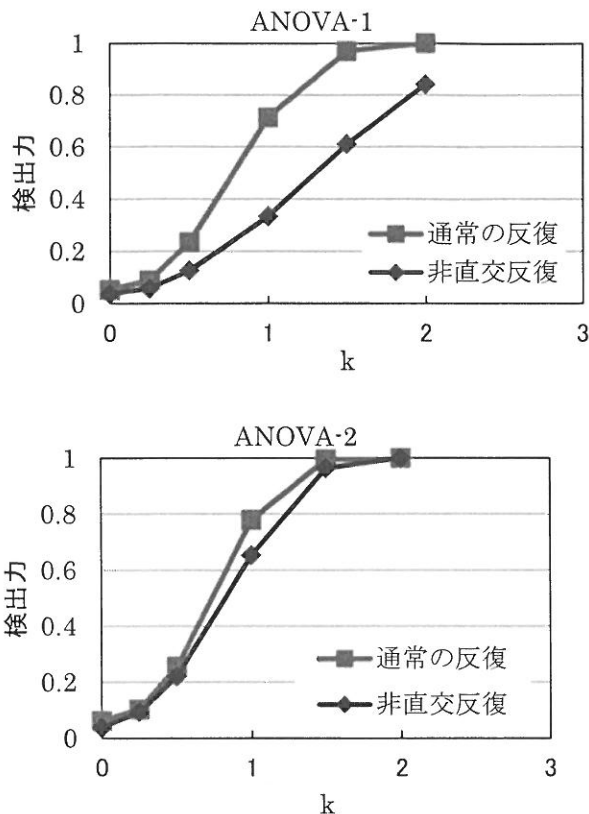


図3 主効果Aの検出力曲線 (シフト I)

主効果Bについては、当然ながら、図4に示すように、主効果Aとほぼ同様の結果である。

以上より、右下(左上), 左下(右上)へシフトする場合は、誤差の自由度という観点から、交互作用のないほうが望ましいが、各要因効果が σ の2倍程度あれば、相応に検出できているといえる。

2) シフト II による非直交反復実験

シフト II における要因効果の設定を表3に示す。要因効果の大きさはシフト I と同様に設定し、検出力曲線を作成した。主効果Aの結果を図5に示す。

図5に示すとおり、シフト I と同様、ANOVA-1(プーリング前)では、通常の反復実験よりも非直交反復実験の検出力は低い。一方、シフト II の検出力はシフト I に比べ、高くなっている。これは、シフト I では、誤差の自由度が $\phi_e=3$ しか確保できないのに対し、シフト II では誤差の自由度は $\phi_e=5$ を確保できるためであろう。そのため、要因効果が σ の2倍の大きさとなると、検出力は通常の反復実験の検

出力とほぼ同等となる。

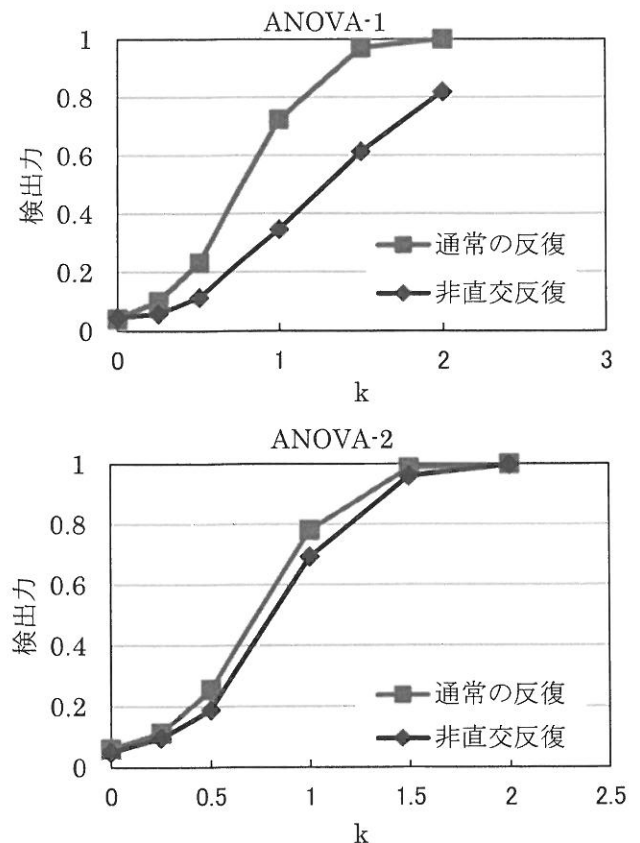


図4 主効果Bの検出力曲線 (シフト I)

表3 シフト II の要因効果

単位: σ	通常の反復実験	非直交反復実験	
	R1, R2	R1	R2
A1	$-k$	$-k$	
A2	0	0	0
A3	$+k$	$+k$	$+k$
A4			$-k$
B1	$-k$	$-k$	$-k$
B2	$+k$	$+k$	$+k$
B3	0	0	0
B4			

一方、主効果Bについては表6に示すが、傾向は略同様である。ただし、シフト II では、因子AだけがA₄水準を追加されて4水準となる。因子Bは3水準のままで、その自由度は通常の反復実験と同じ $\phi_B=2$ であり、主効果Aに比べ、主効果Bの検出力は高くなる。したがって、ANOVA-2(プーリング後)では通常の反復実験とほとんど差がなくなっている。

以上の結果より、シフト II はシフト I よりも検

出力が高い。実験計画の立案時点での話で言うと、A,Bどちらかの最適水準の予測が的中した場合に相当するので、当然の帰結と言えよう。

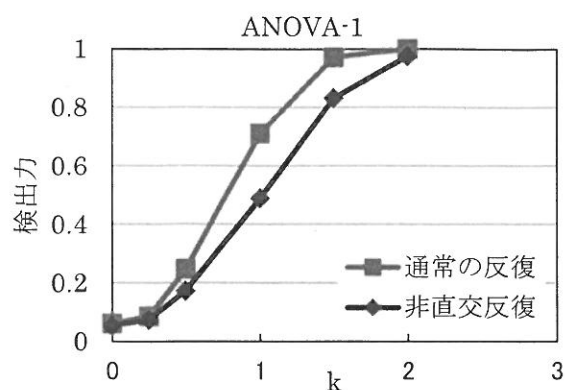


図5 主効果Aの検出力曲線 (シフトII)

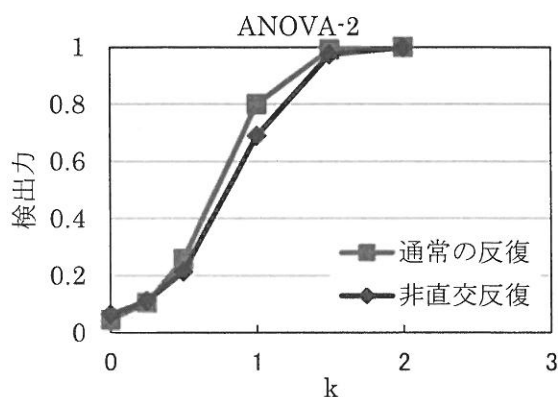


図6 主効果Bの検出力曲線 (シフトII)

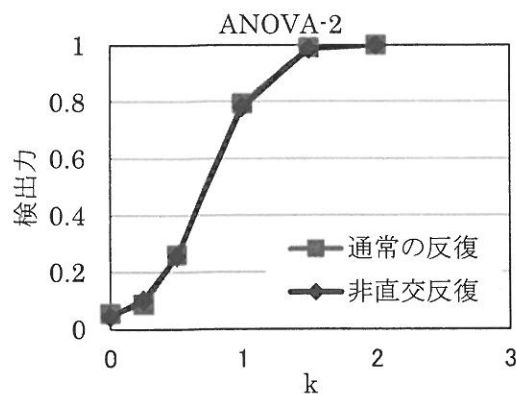
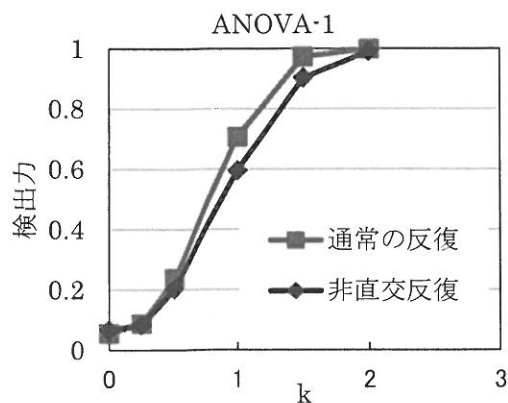
5. 結言

本報のシミュレーションより、実験条件をシフトする非直交反復実験は、実務的に汎用性の高い有効な手段となり得ることが確認できた。

今後は、第1報で挙げた残りの課題、すなわち、実験数を絞っていく方法のケーススタディーなどを検討し、また、実務の場で本手法を適用し、本手法の一般化を確認していきたいと考えている。

6. 謝辞

本研究をおこなうに当たり、一般財団法人日本科学技術連盟DE・O部会の諸氏ならびに同連盟大阪事務所の山田ひとみ氏より有益なご助言を得た。ここに深甚なる謝意を表する次第である。



7. 参考文献

- [1] 平野智也,和田武夫,松本哲夫,『実験計画法における非直交反復実験の解析 (第1報)』,第98回研究発表会,(社)日本品質管理学会(2012)
- [2] 松本哲夫,植田敦子,小野寺孝義,榊秀之,西敏明,平野智也,『実務に使える実験計画法』,日科技連出版社 (2012)
- [3] 楠正,辻谷将明,松本哲夫,和田武夫,『応用実験計画法』,日科技連出版社(1995)
- [4] 荒木孝治 編,『RとRコマンダーではじめる実験計画法』,日科技連出版社(1995)
- [5] 田中豊,垂水共之,脇本和昌 編,『パソコン統計解析ハンドブックV 多変量分散分析・線形モデル編』,共立出版(1984)
- [6] 広津千尋,『実験データの解析』,共立出版(1992)
- [7] R.G.Miller Jr., "Beyond Anova", John Wiley & Sons, Inc. (1988)
- [8] Yates, "The analysis of replicated experiments when the field results are incomplete", Emp. Jour. of Exp. Agri. (1933)